

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

CONCURSO ESPECIAL DE ACESSO E INGRESSO DO ESTUDANTE INTERNACIONAL NOS CURSOS DO 1.º

CICLO DE ESTUDOS E MESTRADOS INTEGRADOS

Prova Específica de Matemática (Prova Modelo)

Duração: 2h+ 30min tolerância

Primeira Parte

- As cinco questões desta parte são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à sua resposta, para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada.
- Não apresente cálculos.

1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma determinada experiência aleatória. Se $A, B \subset \Omega$ são dois acontecimentos independentes tais que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,2$, então $P(A \cup B)$ é:

- (A) 0,06 (B) 0,44 (C) 0,5 (D) 0,56

2. O conjunto solução da inequação $\frac{4}{x} - x \leq 0$, em \mathbb{R} , é:

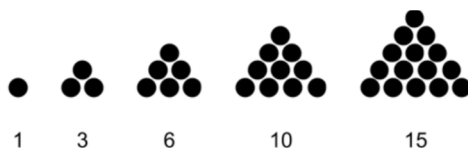
- (A) $] -\infty, 2[$ (B) $] -2, +\infty[$ (C) $[-2, 0[\cup [2, +\infty[$ (D) Nenhuma das anteriores

3. Considere a função real de variável real f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

A expressão de $\frac{f'(x)}{f(x)}$ é igual a:

- (A) $\frac{1-x}{e^x}$ (B) $\frac{1-x}{x}$ (C) $\frac{1}{e^x}$ (D) Nenhuma das anteriores

4. Considere a sucessão dos números triangulares $(t_n)_{n \in \mathbb{N}}$:



O termo geral desta sucessão é:

- (A) $2n - 1$ (B) $n^2 - n + 1$ (C) $\frac{1}{2}(n^2 + n)$ (D) Nenhuma das anteriores

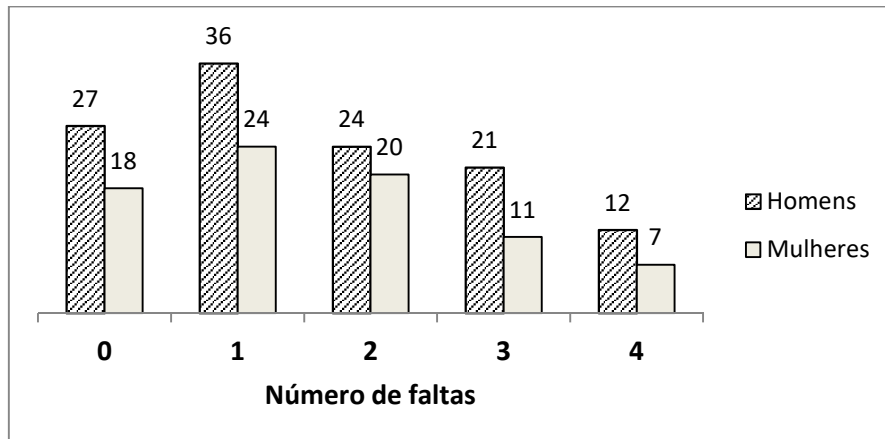
5. Se $\alpha \in]0, \pi [$ e $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, então o valor de $\operatorname{tg} \alpha$ é:

- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $-2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) Nenhuma das anteriores

Segunda Parte

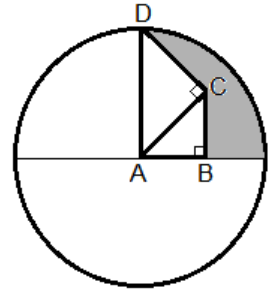
Nas questões desta parte apresente o seu raciocínio de forma clara, **indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.**

6. Na sequência de um estudo sobre a assistência às aulas do 1º semestre no ano letivo 2018/2019, registou-se o número de faltas injustificadas no semestre para uma amostra de 200 alunos do 1.º ano. O seguinte gráfico apresenta as frequências absolutas (contagens) de alunos por género com base nos dados recolhidos:



- 6.1. Identifique a característica (variável) em estudo e classifique-a quanto ao tipo.
- 6.2. Para cada um dos géneros, calcule e diga qual o significado prático da:
- 6.2.1. média
 - 6.2.2. moda
 - 6.2.3. amplitude total
- 6.3. Elabore uma tabela de frequências para os dados do número de faltas dos 200 alunos (independentemente do género) com as frequências absolutas, frequências relativas em percentagem, frequências absolutas acumuladas e frequências relativas acumuladas em percentagem.
- 6.4. Indique, justificando:
- 6.4.1. Qual a percentagem de alunos que tiveram pelo menos uma falta injustificada ao longo do semestre.
 - 6.4.2. Qual a percentagem de alunos do género feminino que teve quatro faltas injustificadas ao longo do 1º semestre.
 - 6.4.3. Qual a percentagem de homens no conjunto dos alunos que não tiveram faltas injustificadas ao longo do 1.º semestre.

7. Na figura ao lado estão representados dois triângulos retângulos $[ABC]$ e $[ACD]$, inseridos numa circunferência de centro A , em que $\overline{AB} = \overline{BC} = 1 \text{ cm}$ e $\overline{CD} = \sqrt{2} \text{ cm}$.



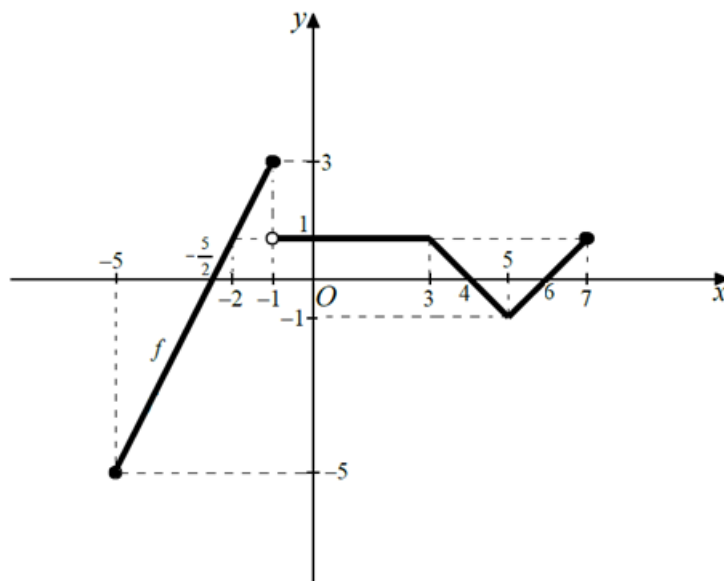
7.1. Classifique os triângulos $[ABC]$ e $[ACD]$ quanto aos lados.

7.2. Determine a medida da área:

7.2.1. do trapézio $[ABCD]$;

7.2.2. da região assinalada a cinzento.

8. Considere a função f , real de variável real, cujo gráfico está representado na figura seguinte:



8.1. Relativamente à função f , indique:

8.1.1. o domínio e o contradomínio;

8.1.2. o(s) zero(s), caso existam;

8.1.3. o(s) intervalo(s) onde é estritamente crescente;

8.1.4. o(s) extremos absolutos de f , caso existam;

8.1.5. a expressão analítica de f para $-1 < x \leq 5$.

8.2. Diga, justificando, se as afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas:

8.2.1. "A função f não é injetiva."

8.2.2. "A função f é contínua em $x = -1$."

9. Considere as funções reais de variável real f e g , definidas por

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - 3) \text{ e } g(x) = x(x + 3).$$

9.1. Determine o conjunto solução da inequação $f(x) > g(x)$.

9.2. Seja h a função definida por $h(x) = \sqrt{g(x)}$. Mostre que:

$$f'(x) \times g'(x) = h(x) \times h'(x).$$

Cotação da Primeira Parte:

Cada resposta certa 10 pontos

Cada resposta errada, anulada ou não respondida 0 pontos

Cotação da Segunda Parte:

6..... 45 pontos

7..... 40 pontos

8..... 35 pontos

9..... 30 pontos